Prof. Dr. Alfred Toth

Die Abbildung von Zkl auf K(Zkl)

1. Eine minimale, triadisch-trichotomische, Zeichenklasse hat die allgemeine Form

Zkl = (3.x, 2.y, 1.z)

mit x, y, z $\in$ (1, 2, 3),

d.h. die die Zeichenklassen erzeugende Matrix ist eine quadratische Matrix mit m = n = 3.

Da die drei Peicezahlen P = (1, 2, 3) qualitativ sind, insofern 1 mit der Kategorie der Möglichkeit, 2 mit der Kategorie der Wirklichkeit und 3 mit der Kategorie der Notwendigkeit assozziert wird, liegt der Gedanke einer kontexturalen 3-teilung der 3-adisch-3-chotomischen Semiotik nahe. Diese besitzt ja im Gegensatz zur einen Identität der 2-wertigen Logik auch drei Identitäten, und diese werden durch die drei homogenen Subzeichen (x.x) mit x = (1, 2, 3), also (1.1), (2.2) und (3.3), repräsentiert.

Allerdings dauerte es bis zum Erscheinen der Arbeit Kaehr (2009), bis eine kontexturierte Matrix vorgelegt wurde.

categorical 3 – contextural semiotic matrix

$$\mathrm{Sem}^{(3,2)}{}_{cat} = \begin{pmatrix} MM & 1 & 2 & 3 \\ 1 & id_{1.3} & \alpha_1 & \alpha_3 \\ 2 & \alpha^\circ{}_1 & id_{1.2} & \alpha_2 \\ 3 & \alpha^\circ{}_3 & \alpha^\circ{}_2 & id_{2.3} \end{pmatrix}$$

Wie man leicht sieht (vgl. auch Toth 2019a-c) gelten folgende Theoreme und Lemmata.

THEOREM 1: Duale Subzeichen liegen in den gleichen Kontexturen.

Lemma 1: Die Kontexturen triadischer und trichotomischer Peircezahlen sind gleich.

THEOREM 2: Homogene Subzeichen von $ZR^{3,3}$ liegen in zwei Kontexturen.

Lemma 2: Die Anzahl homogener Subzeichen ist gleich der der Anzahl der Kontexturen.

Lemma 3: Die Anzahl der Kontexturen ist gleich der Stelligkeit der Relation.

2. Rein theoretisch lassen sich über Zkl = (3.x, 2.y, 1.z) mit x, y, z $\in$ (1, 2, 3) 3^3 = 27 Zeichenklassen erzeugen. Allerdings wurde aus diesen von Peirce und Bense durch die trichotomische Inklusionsrestriktion x ≤ y ≤ z eine Teilmenge von 10 Zeichenklassen herausgefiltert, welche die Berechnung der Zkl(K), d.h. der kontexturierten Zeichenklassen, schwierig macht. Vermöge der obigen Sätze liegen nur diejenigen Zeichenklassen in 1 Kontextur, bei denen keine Abbildung möglich ist, also diejenigen, die keine Subzeichen der Form S = (x.x) enthalten.

$(3.1_3, 2.1_1, \underline{1.1}_{1.3})$ → $((3.1_3, 2.1_1, \underline{1.1}_1), (3.1_3, 2.1_1, \underline{1.1}_3))$

$(3.1_3, 2.1_1, 1.2_1)$

$(3.1_3, 2.1_1, 1.3_3)$

$(3.1_3, \underline{2.2}_{1.2}, 1.2_1)$ → $((3.1_3, \underline{2.2}_1, 1.2_1), (3.1_3, \underline{2.2}_2, 1.2_1))$

$(3.1_3, \underline{2.2}_{1.2}, 1.3_3)$ → $((3.1_3, \underline{2.2}_1, 1.2_1), (3.1_3, \underline{2.2}_2, 1.2_1))$

$(3.1_3, 2.3_2, 1.3_3)$

$(3.2_2, \underline{2.2}_{1.2}, 1.2_1)$ → $((3.2_2, \underline{2.2}_1, 1.2_1), (3.2_2, \underline{2.2}_2, 1.2_1))$

$(3.2_2, \underline{2.2}_{1.2}, 1.3_3)$ → $((3.2_2, \underline{2.2}_1, 1.3_3), (3.2_2, \underline{2.2}_2, 1.3_3))$

$(3.2_2, 2.3_2, 1.3_3)$

$(\underline{3.3}_{2.3}, 2.3_2, 1.3_3)$ → $((\underline{3.3}_2, 2.3_2, 1.3_3), (\underline{3.3}_3, 2.3_2, 1.3_3))$

Total: 16 K-Zeichenklassen.

Wir haben damit

Zkl	Zkl(K)
10	16.

3. Noch drastischer sieht das Verhältnis der Anzahl der nicht-kontexturierten und der kontexturierten Zeichenklassen im Gesamtsystem der 27 $ZR^{3,3}$ aus.

Wie im folgenden gezeigt wird, können diese 27 Zkl(K) nach der Anzahl der Abbildungen in 8 nicht-diskrete Gruppen eingeteilt werden.

$(3.1_3, 2.1_1, \underline{1.1}_{1.3}) \rightarrow ((3.1_3, 2.1_1, \underline{1.1}_1), (3.1_3, 2.1_1, \underline{1.1}_3))$

$(3.1_3, 2.3, \underline{1.1}_{1.3}) \rightarrow ((3.1_3, 2.3, \underline{1.1}_1), (3.1_3, 2.3, \underline{1.1}_3))$

$(3.2_2, 2.1_1, \underline{1.1}_{1.3}) \rightarrow ((3.2_2, 2.1_1, \underline{1.1}_1), (3.2_2, 2.1_1, \underline{1.1}_3))$

$(3.2_2, 2.3_2, \underline{1.1}_{1.3}) \rightarrow ((3.2_2, 2.1_1, \underline{1.1}_1), (3.2_2, 2.1_1, \underline{1.1}_3))$

$(3.1_3, \underline{2.2}_{1.2}, 1.2_1) \rightarrow ((3.1_3, \underline{2.2}_1, 1.2_1), (3.1_3, \underline{2.2}_2, 1.2_1))$

$(3.1_3, \underline{2.2}_{1.2}, 1.3_3) \rightarrow ((3.1_3, \underline{2.2}_1, 1.2_1), (3.1_3, \underline{2.2}_2, 1.2_1))$

$(3.2_2, \underline{2.2}_{1.2}, 1.2_1) \rightarrow ((3.2_2, \underline{2.2}_1, 1.2_1), (3.2_2, \underline{2.2}_2, 1.2_1))$

$(3.2_2, \underline{2.2}_{1.2}, 1.3_3) \rightarrow ((3.2_2, \underline{2.2}_1, 1.3_3), (3.2_2, \underline{2.2}_2, 1.3_3))$

$(\underline{3.3}_{2.3}, 2.1_1, 1.2_1) \rightarrow ((\underline{3.3}_2, 2.1_1, 1.2_1), (\underline{3.3}_3, 2.1_1, 1.2_1))$

$(\underline{3.3}_{2.3}, 2.1_1, 1.3_3) \rightarrow ((\underline{3.3}_2, 2.1_1, 1.3_3), (\underline{3.3}_3, 2.1_1, 1.3_3))$

$(\underline{3.3}_{2.3}, 2.3_2, 1.2_1) \rightarrow ((\underline{3.3}_2, 2.3_2, 1.2_1), (\underline{3.3}_3, 2.3_2, 1.2_1))$

$(\underline{3.3}_{2.3}, 2.3_2, 1.3_3) \rightarrow ((\underline{3.3}_2, 2.3_2, 1.3_3), (\underline{3.3}_3, 2.3_2, 1.3_3))$

$(3.1_3, \underline{2.2}_{1.2}, \underline{1.1}_{1.3}) \rightarrow ((3.1_3, \underline{2.2}_1, \underline{1.1}_1), (3.1_3, \underline{2.2}_1, \underline{1.1}_3),$
$(3.1_3, \underline{2.2}_2, \underline{1.1}_1), (3.1_3, \underline{2.2}_2, \underline{1.1}_3))$

$(3.2_2, \underline{2.2}_{1.2}, \underline{1.1}_{1.3}) \rightarrow ((3.2_2, \underline{2.2}_1, \underline{1.1}_1), (3.2_2, \underline{2.2}_1, \underline{1.1}_3),$
$(3.2_2, \underline{2.2}_2, \underline{1.1}_1), (3.2_2, \underline{2.2}_2, \underline{1.1}_3))$

$(\underline{3.3}_{2.3}, \underline{2.2}_{1.2}, 1.2_1) \rightarrow ((\underline{3.3}_2, \underline{2.2}_1, 1.2_1), (\underline{3.3}_2, \underline{2.2}_2, 1.2_1)$
$(\underline{3.3}_3, \underline{2.2}_1, 1.2_1), (\underline{3.3}_3, \underline{2.2}_2, 1.2_1))$

$(\underline{3.3}_{2.3}, \underline{2.2}_{1.2}, 1.2_1) \rightarrow ((\underline{3.3}_2, \underline{2.2}_1, 1.2_1), (\underline{3.3}_2, \underline{2.2}_2, 1.2_1)$
$(\underline{3.3}_3, \underline{2.2}_1, 1.2_1), (\underline{3.3}_3, \underline{2.2}_2, 1.2_1))$

$(\underline{3.3}_{2.3}, 2.1_1, \underline{1.1}_{1.3}) \rightarrow ((\underline{3.3}_2, 2.1_1, \underline{1.1}_1), (\underline{3.3}_2, 2.1_1, \underline{1.1}_3)$
$(\underline{3.3}_3, 2.1_1, \underline{1.1}_1), (\underline{3.3}_3, 2.1_1, \underline{1.1}_3))$

$(\underline{3.3}_{2.3}, 2.3_2, \underline{1.1}_{1.3}) \rightarrow ((\underline{3.3}_2, 2.3_2, \underline{1.1}_1), (\underline{3.3}_2, 2.3_2, \underline{1.1}_3)$

$(\underline{3.3}_3, 2.3_2, \underline{1.1}_1), (\underline{3.3}_3, 2.3_2, \underline{1.1}_3))$

$(\underline{3.3}_{2.3}, \underline{2.2}_{1.2}, \underline{1.1}_{1.3}) \rightarrow$ $((\underline{3.3}_2, \underline{2.2}_1, \underline{1.1}_1), (\underline{3.3}_2, \underline{2.2}_1, \underline{1.1}_3), (\underline{3.3}_2, \underline{2.2}_2, \underline{1.1}_1), (\underline{3.3}_2, \underline{2.2}_2, \underline{1.1}_3), (\underline{3.3}_3, \underline{2.2}_1, \underline{1.1}_1), (\underline{3.3}_3, \underline{2.2}_1, \underline{1.1}_3), (\underline{3.3}_3, \underline{2.2}_2, \underline{1.1}_1), (\underline{3.3}_3, \underline{2.2}_2, \underline{1.1}_3))$

$(3.1_3, 2.1_1, 1.2_1)$

$(3.1_3, 2.3_2, 1.2_1)$

$(3.1_3, 2.1_1, 1.3_3)$

$(3.1_3, 2.3_2, 1.3_3)$

$(3.2_2, 2.1_1, 1.2_1)$

$(3.2_2, 2.3_2, 1.2_1)$

$(3.2_2, 2.1_1, 1.3_3)$

$(3.2_2, 2.3_2, 1.3_3)$

Total: 64 K-Zeichenklassen

Wir haben also

Zkl	Zkl(K)
10	16
27	64.

4. Gehen wir von $ZR^{3,3}$ zu $ZR^{4,4}$ über, so ergeben sich natürlich $4^4 = 256$ Zkl. Wird die erweiterte (tetradisch-tetratomische) Inklusionsordnung auf sie angewandt, werden nur 35 Zkln herausgefiltert (vgl. Toth 2007, S. 179 ff.)

1	3.0	2.0	1.0	0.0	×	0.0	0.1	0.2	0.3	0^4
2	3.0	2.0	1.0	0.1	×	1.0	0.1	0.2	0.3	$1^1 0^3$
3	3.0	2.0	1.0	0.2	×	2.0	0.1	0.2	0.3	$2^1 0^3$
4	3.0	2.0	1.0	0.3	×	3.0	0.1	0.2	0.3	$3^1 0^3$
5	3.0	2.0	1.1	0.1	×	1.0	1.1	0.2	0.3	$1^2 0^2$
6	3.0	2.0	1.1	0.2	×	2.0	1.1	0.2	0.3	$2^1 1^1 0^2$
7	3.0	2.0	1.1	0.3	×	3.0	1.1	0.2	0.3	$3^1 1^1 0^2$
8	3.0	2.0	1.2	0.2	×	2.0	2.1	0.2	0.3	$2^2 0^2$
9	3.0	2.0	1.2	0.3	×	3.0	2.1	0.2	0.3	$3^1 2^1 0^2$
10	3.0	2.0	1.3	0.3	×	3.0	3.1	0.2	0.3	$3^2 0^2$
11	3.0	2.1	1.1	0.1	×	1.0	1.1	1.2	0.3	$1^3 0^1$
12	3.0	2.1	1.1	0.2	×	2.0	1.1	1.2	0.3	$2^1 1^2 0^1$
13	3.0	2.1	1.1	0.3	×	3.0	1.1	1.2	0.3	$3^1 1^2 0^1$
14	3.0	2.1	1.2	0.2	×	2.0	2.1	1.2	0.3	$2^2 1^1 0^1$
15	**3.0**	**2.1**	**1.2**	**0.3**	**×**	**3.0**	**2.1**	**1.2**	**0.3**	$\mathbf{3^1 2^1 1^1 0^1}$
16	3.0	2.1	1.3	0.3	×	3.0	3.1	1.2	0.3	$3^2 1^1 0^1$
17	3.0	2.2	1.2	0.2	×	2.0	2.1	2.2	0.3	$2^3 0^1$
18	3.0	2.2	1.2	0.3	×	3.0	2.1	2.2	0.3	$3^1 2^2 0^1$
19	3.0	2.2	1.3	0.3	×	3.0	3.1	2.2	0.3	$3^2 2^1 0^1$
20	3.0	2.3	1.3	0.3	×	3.0	3.1	3.2	0.3	$3^3 0^1$
21	3.1	2.1	1.1	0.1	×	1.0	1.1	1.2	1.3	1^4
22	3.1	2.1	1.1	0.2	×	2.0	1.1	1.2	1.3	$2^1 1^3$
23	3.1	2.1	1.1	0.3	×	3.0	1.1	1.2	1.3	$3^1 1^3$
24	3.1	2.1	1.2	0.2	×	2.0	2.1	1.2	1.3	$2^2 1^2$
25	3.1	2.1	1.2	0.3	×	3.0	2.1	1.2	1.3	$3^1 2^1 1^2$
26	3.1	2.1	1.3	0.3	×	3.0	3.1	1.2	1.3	$3^2 1^2$
27	3.1	2.2	1.2	0.2	×	2.0	2.1	2.2	1.3	$2^3 1^1$
28	3.1	2.2	1.2	0.3	×	3.0	2.1	2.2	1.3	$3^1 2^2 1^1$
29	3.1	2.2	1.3	0.3	×	3.0	3.1	2.2	1.3	$3^2 2^1 1^1$
30	3.1	2.3	1.3	0.3	×	3.0	3.1	3.2	1.3	$3^3 1^1$
31	3.2	2.2	1.2	0.2	×	2.0	2.1	2.2	2.3	2^4
32	3.2	2.2	1.2	0.3	×	3.0	2.1	2.2	2.3	$3^1 2^3$
33	3.2	2.2	1.3	0.3	×	3.0	3.1	2.2	2.3	$3^2 2^2$
34	3.2	2.3	1.3	0.3	×	3.0	3.1	3.2	2.3	$3^3 2^1$
35	3.3	2.3	1.3	0.3	×	3.0	3.1	3.2	3.3	3^4

Aufgrund von Lemma 2 werden den Zkl im folgenden die Anzahlen der homogenen Subzeichen zugeordnet und bestimmt, in wie vielen Kontexturen die Zkl liegen.

1:	2	8:	1	15:	1	22:	2	29:	2
2:	1	9:	1	16:	1	23:	2	30:	1

3:	1	10:	1	17:	2	24:	1	31:	2
4:	1	11:	2	18:	2	25:	1	32:	2
5:	2	12:	2	19:	2	26:	1	33:	2
6:	2	13:	2	20:	1	27:	2	34:	1
7:	2	14:	1	21:	2	28:	2	35:	2

Total ergeben sich also nur 55 Zkl(K). Diese geringe Anzahl verdankt sich der Tatsache, daß vermöge der tetradisch-tetratomischen Inklusionsordnung, wie schon bei $ZR^{3,3}$, keine Zkl auftritt, die mehr als 1 homogenes Subzeichen hat. Wir haben also bis jetzt

ZR	Zkl	Zkl(K)
$Z^{3,3}$	10	16
$Z^{3,3}$	27	64
$Z^{4,4}$	35	55
$Z^{4,4}$	256	?

Während die Anzahl der Zkl den figurierten Zahlen folgt (vgl. Toth 2007, S. 186 ff.), bilden die Zkl(K) allerdings eine bisher unbekannte Zahlenfolge, die mit 16, 64, 55 beginnt. Damit existiert auch (bisher) keine Möglichkeit, Zkl($Z^{4,4}$) algorithmisch zu berechnen, und dasselbe gilt natürlich für die $Z^{n,n}$ mit $n > 4$.

Literatur

Kaehr, Rudolf, Diamond Semiotic Short Studies. Glasgow, UK 2009. Digitalisat: http://www.vordenker.de/rk/rk_Diamond-Semiotic_Short-Studies_2009.pdf

Toth, Alfred, Zwischen den Kontexturen. Klagenfurt 2007

Toth, Alfred, Die identitätslogische Basis der theoretischen Semiotik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2019a

Toth, Alfred, Kontexturierte semiotische Relationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2019b

Toth, Alfred, Kontexturelle semiotische Matrizen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2019c

29.12.2019